

Het Hall-effect

Peter van Zwol Sietze van Buuren

17 november 2003

Samenvatting

In dit artikel zijn er metingen gedaan aan het Hall-effect van een p-type germanium halfgeleider. Nagegaan is of het aantal onzuiverheden klopte met de fabriekswaarde in het extrinsieke temperatuurgebied, de driftbewegelijkheid van de gaten en de elektronen, en de band gap energie is bepaald voor 0K. Gebleken is dat het aantal onzuiverheden afweek van de fabriekswaarde. De mobiliteiten kwamen redelijk goed overeen met de waarden uit de literatuur en de band gap energie bleek een kleine afwijking naar beneden te hebben.

Inleiding

Wanneer er stroom door een (half)geleider loopt en er loodrecht op deze stroom een magneetveld staat, ontstaat er een elektrisch (Hall)veld loodrecht op de stroomrichting en het magnetisch veld, omdat er Lorentzkrachten werken op de ladingsdragers. De grootte van het geleidingsvermogen en het Hall-effect geeft informatie over de ladingsdragers in de geleider. Effecten die in halfgeleiders een rol spelen zijn bijvoorbeeld intrinsieke en extrinsieke geleiding, mobiliteit van de ladingsdragers, de geleidingsstructuur en de band gap energie.

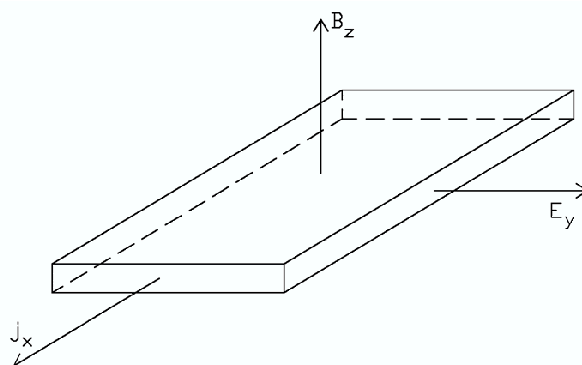
Theorie

Voor theorie over halfgeleiders verwijzen wij naar referentie [1] Hoofdstuk 19. Voor het Hall-effect geldt de volgende formule

$$E_H = R_H B \times j \longrightarrow R_H = \frac{E_y}{j_x B_z} \quad (1)$$

Hier is E_H het Hall-veld en R_H de Hall-coëfficiënt, j_x is de stroomdichtheid door het plaatje en B_z het magnetische veld loodrecht

op het plaatje. Het Hall-veld E_H wordt veroorzaakt door tegengestelde Lorentzkrachten die een ladingsverdeling veroorzaken in het plaatje. De Lorentzkrachten wordt gecompenseerd door het Hall-veld.



Figuur 1: Vectors werkend op het Hall-plaatje

In het extrinsieke temperatuurgebied wordt in p-type germanium de geleiding alleen verzorgd door de gaten die als onzuiverheden daarin aanwezig zijn. Voor het geleidingsvermogen σ_{ex} geldt dan

$$\sigma_{ex} = p|q|\mu_D(g) \quad (2)$$

De Hall-coëfficiënt in het extrinsieke temperatuurgebied is nu

$$R_H = \frac{\alpha}{p q} \quad (3)$$

Hierin is α een constante ($3\pi/8$, zie [3] paragraaf 4.4), p is het aantal ladingsdragers met lading q en $\mu_D(g)$ is de mobiliteit van de ladingsdragers. In het intrinsieke temperatuurgebied (bij hoge temperatuur) gaan de elektronen ook geleiden en nu geldt

$$\sigma_{in} = |q|[p\mu_D(g) + n\mu_D(e)] \quad (4)$$

Waarbij n het aantal geleidende elektronen en $\mu_D(e)$ de mobiliteit van de elektronen is. We kunnen R_H in het intrinsieke temperatuurgebied nu schrijven als

$$R_H = \frac{\alpha p\mu_D(g)^2 - n\mu_D(e)^2}{|q| [p\mu_D(g) - n\mu_D(e)]^2} \quad (5)$$

Voor afleiding zie [2] paragraaf 3.42. Op een bepaalde temperatuur T_0 zal de Hall-coëfficiënt R_H nul worden, omdat $p\mu_D(g)^2 = n\mu_D(e)^2$. Dit kan doordat de mobiliteit van elektronen doorgaans groter is dan die van gaten. Hieruit kunnen we bij temperatuur T_0 de verhouding tussen de mobiliteit van de gaten en elektronen bepalen.

$$b = \frac{\mu_0(e)}{\mu_0(g)} = \frac{R_{ex}(T_0)}{R_{ex}(T_0) - R_0} \quad (6)$$

Hierin is $R_{ex}(T_0)$ de weerstand geëxtrapoleerd uit het extrinsieke temperatuurgebied voor temperatuur T_0 en R_0 is de gemeten weerstand bij deze temperatuur.

In het intrinsieke temperatuurgebied overheersen de thermisch geïnduceerde ladingsdragers en geldt

$$p = n = AT^{3/2}e^{\frac{E_g}{2kT}} \quad (7)$$

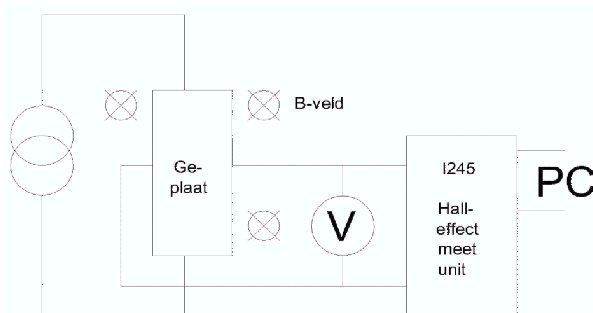
Hier is A een materiaalconstante, E_g is de band gap energie en k is de Boltzman constante. Omdat de mobiliteit varieert met een factor $T^{-3/2}$ (zie [1] blz. 557) wordt verwacht dat voor het geleidingsvermogen geldt

$$\sigma = \sigma_0 e^{\frac{E_g}{2kT}} \quad (8)$$

De band gap kan nu bepaald worden door $\ln R$ uit te zetten tegen $1/T$.

Experimentele Opzet

Twee metingen zijn gedaan, de eerste bij kamertemperatuur voor verschillende stroomsterkten en magnetische veldsterkten door het plaatje. Hieruit is de weerstand van het plaatje bepaald en de landingsconcentratie bij kamertemperatuur. De tweede meting is gedaan in een temperatuurgebied vanaf 250K oplopend tot ongeveer 400K. Hier is telkens de Hall-spanning en de weerstand over het plaatje gemeten. De magnetische velden zijn opgewekt m.b.v. twee grote spoelen. Er is een p-type germanium plaatje van $20 \times 10 \times 1 \text{ mm}$ met een verontreinigingsgraad van ongeveer $5 \times 10^{20} \text{ atomen/m}^3$ gebruikt om het Hall-veld in op te wekken.



Figuur 2: Schema van de opstelling

Hysteresevelden kunnen worden gecompenseerd door de stroomrichting in de magneet-

spoelen om te draaien. Om het plaatje te koelen tot 250K is vloeibaar stikstof gebruikt. Verder is een regelbaar verwarmingselement gebruikt om het plaatje op te warmen.

Resultaten & Discussie

Bij kamertemperatuur en bij variabele temperatuur zijn resultaten verkregen.

Kamertemperatuur

Bij deze meting is gecontroleerd of aan relatie (1) is voldaan en is de ladingsconcentratie bepaald. Voor de Hall-coëfficiënt werd gevonden

$$R_H = 0.00185 \pm 0.002$$

Als uit deze waarde met behulp van betrekking (3) het aantal onzuiverheden per volume-eenheid wordt bepaald kan deze worden vergeleken met de fabriekswaarde

$$N_V = (3.97 \pm 0.42) \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

De fabriekswaarde bedraagt $N_V = 5.0 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ onzuiverheden. Waarom dit afwijkt, is moeilijk te traceren. De ladingsconcentratie is ook bepaald en bedroeg

$$9.393 \times 10^{-6} \text{ Cm}^{-3}$$

Variabele Temperatuur

Ook bij deze meting is het aantal onzuiverheden bepaald en vergeleken met fabriekswaarde. Nu werd een waarde van

$$N_V = (3.33 \pm 0.64) \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

gevonden bij 300K. Ook hier is er weer een verschil met de door de fabrikant opgegeven waarde en omdat niet bekend is welke methode de fabrikant hiervoor heeft gebruikt, kan niet worden nagegaan waarom het aantal onzuiverheden afwijkt.

Met relatie (2) kan de driftbewegelijkheid van de gaten worden bepaald bij 300K, deze bedroeg

$$\mu_D(g) = 0.154 \pm 0.002 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

Door de logaritmische waarden van de weerstand uit te zetten tegen de logaritmische waarden van de temperatuur, kan in het extrinsieke temperatuurgebied de macht van de temperatuur worden bepaald waarmee de weerstand evenredig is. Met behulp van relatie (3) kan dan ook worden bepaald met welke macht van de temperatuur $\mu_D(g)$ evenredig is. Er is gebleken dat

$$\mu_D(g) \propto \frac{1}{T^{2.018 \pm 0.03}}$$

De temperatuur waarbij de Hall-coëfficiënt R_H 0 wordt, wordt gedefinieerd als $T = T_0$ en bedroeg in dit geval 360K. Verder is $R_0 = 233.13\Omega$ de geëxtrapoleerde weerstand uit het extrinsieke temperatuurgebied bij deze temperatuur. Hiermee wordt

$$\mu_0(g) = 0.119 \pm 0.005 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

en de ratio uit betrekking (6)

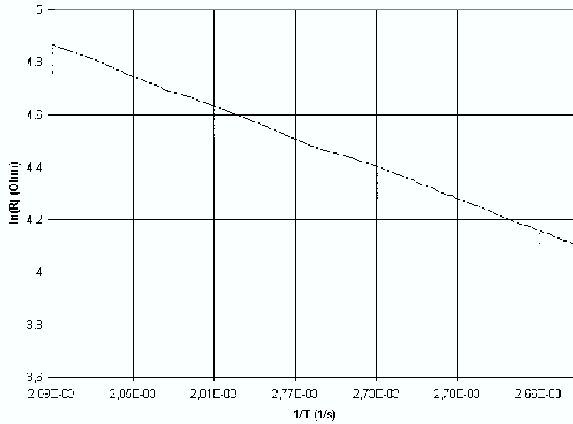
$$b = 1.667$$

Door de weerstand uit het extrinsieke gebied te extrapoleren ($R_{ex}(T) = 0.0016T^{2.0178}$) naar het intrinsieke gebied kan met relatie (6) ook de driftbewegelijkheid voor de elektronen worden bepaald op $T = T_0$

$$\mu_0(e) = 0.198 \pm 0.003 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

Voor het bepalen van de band gap energie is omwille van relatie (8) de richtingscoëfficiënt van de grafiek waarin $\ln R$ is uitgezet tegen $1/T$ (zie figuur 3) gelijk zijn aan

$$\frac{E_g}{2k}$$



Figuur 3: $\ln R$ uitgezet tegen $1/T$

Hiermee wordt de band gap energie

$$E_g = 0.60 \pm 0.02 \text{ eV}$$

Dit is de band gap energie bij 0K, omdat E_g constant begint te worden voor lage temperaturen. Als E_g nu geschreven wordt als $E_g = E_g^0 + aT$ dan wordt er, als $\ln R$ uitgezet wordt tegen $1/T$, een rechte lijn met een richtingscoëfficiënt proportioneel aan E_g^0 verkregen. Zie ook [1] blz. 554 en blz. 572 probleem 19.2.

Conclusie

De afwijking die is geconstateerd bij het aantal onzuiverheden ($N_V = (3.33 \pm 0.64) \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$) in het Germanium is te verklaren, omdat bij de bepaling van de fabriekswaarde ($N_V = 5.0 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$) naar aller waarschijnlijkheid geavanceerdere apparatuur en meetmethoden zijn gebruikt.

De driftbewegelijkheid van de gaten bij kamertemperatuur ($\mu_D(g) = 0.154 \pm 0.002 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$) bleek beter de waarden uit de literatuur ($\mu_D(g) = 0.18 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$) te benaderen. Dezelfde waarden van de gaten

($\mu_0(g) = 0.119 \pm 0.005 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$) en de elektronen ($\mu_0(e) = 0.198 \pm 0.003 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$) bij $T = T_0$ bleken minder goed overeen te komen met de literatuurwaarden ($\mu_0(g) = 0.27 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ en $\mu_0(e) = 0.35 \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$). De waarde van de ratio ($b = 0.67$) van deze twee waarden bleek echter beter te kloppen als deze werd vergeleken met de theoretische waarde ($b = 0.79$).

De bepaling van de band gap energie leverde een waarde van $E_g = 0.60 \pm 0.02 \text{ eV}$ op. Deze waarde wijkt enigszins af van de waarde uit de literatuur ($E_g = 0.72 \text{ eV}$) en valt waarschijnlijk te wijten aan het feit dat er niet ver genoeg is doorgemeten in het intrinsieke temperatuurgebied.

Dankwoord

Graag zouden wij dr. G. Palasantzas willen bedanken voor de assistentie bij dit experiment.

Referenties

- [1] B.I. Bleaney and B. Bleaney, *Electricity and Magnetism*, Oxford(1968)
- [2] H.E. Hall *Solid State Physics*, John Wiley(1974)
- [3] E.H. Putley *The Hall-effect and related Phenomena*, Butterwords(1960)
- [4] *Practicumhandleiding Hall-effect*, Rijksuniversiteit Groningen(2001)
- [5] A.C. Melissinos, *Experiments in Modern Physics*, Oxford(1968)